

Akademischer Lebenslauf

12. 2. 1954 Geboren in Sanderbusch, Niedersachsen, Deutschland.
8. 5. 1972 Abitur (mit Auszeichnung) an der Humboldtschule in Wilhelmshaven.
- ab WS 1974/75 Studium der Mathematik und Physik an der Universität München.
- 1975 – 1980 Stipendiat der Studienstiftung des Deutschen Volkes.
- April 1977 Nach dem Vordiplom Wechsel zur Universität Münster.
28. 6. 1979 Philosophicum (Prüfung in Philosophie und Pädagogik).
26. 1. 1982 Diplom (mit Auszeichnung) in Mathematik mit Nebenfach Logik und Zusatzfächern Physik und Philosophie. Diplomarbeit “Zur Konstruktion von rationalen Stellen \wp -adischer und anderer bewerteter Funktionenkörper” bei Prof. Falko Lorenz; angeregt wurde sie durch den modelltheoretischen Beweis des p -adischen Nullstellensatzes von Jarden und Roquette.
- WS 1981/82 Studium der Philosophie und Mathematik in Konstanz und erste Zusammenarbeit mit Prof. Prestel.
- April 1982 Wechsel nach Heidelberg zu Prof. Roquette.
- 1983/84 Doktorandenstipendium der Studienstiftung des Deutschen Volkes.
15. 11. 1983 Staatsexamen (mit Auszeichnung) in Mathematik mit Nebenfach Physik an der Universität Münster.
- April 1985 bis April 1990 Wissenschaftlicher Angestellter am mathematischen Institut der Universität Heidelberg.
12. 2. 1990 Promotion (summa cum laude) an der Universität Heidelberg. Dissertation “Henselian function fields” zur Algebra und Modelltheorie bewerteter Körper. Betreuer: Prof. Roquette, Koreferent: Prof. Prestel.
- April 1990 bis Juni 1996 Wissenschaftlicher Assistent (C1) am Mathematischen Institut der Universität Heidelberg.
31. 12. 1994 Habilitationsschrift “Valuation theory of fields, abelian groups and modules”.
6. 12. 1995 Habilitation und Venia Legendi an der mathematischen Fakultät der Universität Heidelberg.
- 1996 – 1997 Visiting member am Fields Institute in Toronto.
- 1997 – 1998 Postdoctoral Fellow, University of Saskatchewan, Saskatoon
- 1998 – 1999 Assistant Professor (1 year term), University of Saskatchewan, Saskatoon
- seit 1999 Associate Professor (tenure track), University of Saskatchewan, Saskatoon
- seit 2001 Associate Professor (tenured), University of Saskatchewan, Saskatoon
- seit 2004 Professor (tenured), University of Saskatchewan, Saskatoon

Ich bin Deutscher Staatsbürger, geschieden, und habe zwei Töchter im Alter von 18 und 21 Jahren. Meine gegenwärtigen Wohnsitze sind: 1018 Aird Street, Saskatoon, SK, Canada S7N 0T1, Tel. 001 306 934 6604, und Davidfeld 5a, 83727 Schliersee, Tel. 08026 7056.

Lehrerfahrung.

In Saskatoon: First year Calculus, Calculus für Ingenieure, Lineare Algebra, Algebra für Lehramtskandidaten, Zahlentheorie für Lehramtskandidaten, undergraduate honours Algebra, Euklidische Geometrie, Cryptographie; graduate courses: Algebra, Algebraische Zahlentheorie, p -adische Algebra, Bewertungstheorie, Modelltheoretische Algebra, Körper und ihre Abschlüsse.

In Heidelberg: Modelltheoretische Algebra I – III (1989, 1989/90 und 1990), Formal reelle Körper (1990/91), Differentielle Körper (1991/92), Algebra und Modelltheorie bewerteter Körper I, II (1992 und 1992/93), Lineare Algebra I und II (1995, 1995/96), Proseminar über endliche Körper und Codierungstheorie (1995/96), Bewertete Funktionenkörper (1996).

In Chandigarh, Indien: Modelltheorie (1995)

Studenten und Postdoctoral Fellows.

- (gemeinsam mit Salma Kuhlmann): Trevor Green (M.Sc., Diplomarbeit: *Properties of Chain Products and Ehrenfeucht–Fraïssé Games on Chains*, 2002). Manuela Haias (M.Sc., Diplomarbeit: *On the value group of exponential and differential ordered fields*, 2007).
- Ich habe mitbetreut: M. Zekavat (Ph.D., jetzt Professor in Shiraz, Iran), H. Chun (M.Sc.).
- Während meines Sabbaticals in Paris habe ich betreut, gemeinsam mit Vincent Cossart, Versailles: Marc Autord (DEA, Abschluß im Herbst 2004; Thèse: *Théorème d’Ax–Kochen: Valuations et modèles*).
- Ich arbeite mit Salih Azgin (postdoctoral fellow an der McMaster University) über die Modelltheorie bewerteter Körper mit Automorphismen und mit K. Osiak über reelle Algebra. Außerdem habe ich betreut (gemeinsam mit Murray Marshall und Salma Kuhlmann): J. Cimpric (NATO postdoctoral fellow), R. Auer und M. Kotchetov (postdoctoral fellows), die “short-term postdoctoral fellows” V. Astier, H. Knaf, E. Mosteig, H. Perdry, O. Piltant, M. Tressl und die Doktoranden M. Aschenbrenner, I. Klep, M. Schweighofer und D. Veluscek (ein- bis dreimonatige Besuche). Unsere Gruppe hat es sich zum Ziel gesetzt, junge Forscher durch Forschungsaufenthalte an der University of Saskatchewan zu fördern.

Studentenaustausch.

Ich betreue den Studentenaustausch zwischen der University of Saskatchewan und ihren deutschen Partneruniversitäten. 2002-2003 habe ich als Mitglied des Universitätskomitees für internationale Aktivitäten maßgeblich am “Foundational Document for International Activities” mitgewirkt. Zusammen mit Prof. Keimel habe ich einen Austausch mit der TU Darmstadt aufgebaut, an dem vier Fachbereiche auf beiden Seiten teilnehmen, und in dessen Rahmen seit 2002 jährlich zwei bis drei Mathematikstudenten für ein Jahr nach Saskatoon kommen.

Forschungsinteressen.

Algebra, Modelltheorie, algebraische Geometrie; insbesondere:

- allgemeine Bewertungstheorie
- Anwendungen der Bewertungstheorie in der algebraischen und der arithmetischen algebraischen Geometrie: lokale Uniformisierung und Desingularisierung
- Modelltheorie bewerteter Körper (Modellvollständigkeit, Quantorenelimination), Entscheidbarkeit der Potenzreihenkörper über Körpern positiver Charakteristik
- bewertete Funktionenkörper
- Bewertungstheorie der geordneten Körper mit Exponentiation und analytischen Funktionen und der differentiellen Körper
- reelle Algebra, geordnete Strukturen, lexicographische Produkte geordneter Mengen
- ultrametrische Räume
- algorithmische Aspekte und Anwendungen der Bewertungstheorie

Langjähriges gemeinsames Seminar über Algebra und Modelltheorie gemeinsam mit Peter Roquette und Alexander Prestel. Arbeitsgruppe um P. Roquette, F. Pop und B. Green über bewertete Funktionenkörper und Körperarithmetik. Gemeinsame Arbeit mit Salma Kuhlmann über reelle Körper mit analytischen Funktionen und Exponentialfunktion. Seit 1997 gemeinsames Seminar mit Murray Marshall und Salma Kuhlmann über Bewertungstheorie, reelle

Algebra und algebraische Geometrie, quadratische Formen. Unsere Gruppe hat inzwischen den Status eines "Research Center for Algebra, Logic and Computation" im College of Arts and Science erworben (siehe <http://math.usask.ca/fvk/alg.htm>).

Organisation von Tagungen.

Zusammen mit Murray Marshall und Salma Kuhlmann habe ich im Sommer 1999 die vielbeachtete zweieinhalbwöchige **International Conference and Workshop on Valuation Theory** organisiert. Sie hatte ca. einhundert Teilnehmer und wurde von den drei kanadischen Forschungsinstituten (Fields Institute, PIMS, CRM) großzügig finanziell unterstützt. Die von uns gemeinsam herausgegebenen Proceedings in 2 Bänden sind bei der Amer. Math. Soc. erschienen. Für weitere Informationen siehe <http://math.usask.ca/fvk/annconf.html>.

Zusammen mit Salma Kuhlmann habe ich im März 2000 das "Colloquiumfest" zu Ehren von Murray Marshall's 60. Geburtstag organisiert. Auswärtige Teilnehmer waren K. Schmüdgen, A. Pfister, L. Bröcker, A. Lichtman, V. Powers, M. Dickmann. Siehe <http://math.usask.ca/fvk/Mb.htm>.

Zusammen mit Murray Marshall und Salma Kuhlmann habe ich im März 2001 das zweite Colloquiumfest, wiederum mit mehreren auswärtigen Gästen, organisiert. Während des gesamten März kamen mehrere Kollegen (u.a. E. Becker, A. Prestel, C. Scheiderer, N. Schwartz, V. Powers, M. Dickmann) zu kürzeren und längeren Forschungsaufenthalten. Siehe <http://math.usask.ca/fvk/Mb2.htm>.

Zusammen mit Salma Kuhlmann habe ich die Sektion für modelltheoretische Algebra der Sommerkonferenz 2001 der Canadian Mathematical Society in Saskatoon organisiert. Ich gehörte außerdem zur Gruppe der örtlichen Organisatoren für diese Tagung. Siehe <http://math.usask.ca/CMS/index.html>.

Zusammen mit Murray Marshall und Salma Kuhlmann habe ich im März 2002 das dritte Colloquiumfest und im März 2003 das vierte Colloquiumfest organisiert. Siehe <http://math.usask.ca/fvk/Mb3.htm> und <http://math.usask.ca/fvk/m4.htm>.

Zusammen mit Dale Cutkosky habe ich Research in Teams über Desingularisierung für drei Wochen im Sommer 2003 in Banff (BIRS: "Oberwolfach in the Rockies") organisiert.

Zusammen mit Zoe Chatzidakis (Paris 7) habe ich im April 2004 das fünfte Colloquiumfest am Institut Henri Poincaré in Paris organisiert. Siehe <http://math.usask.ca/fvk/Mb5.htm>.

Ich war Mitglied des Scientific Committee, Workshop on Valuation Theory and its Applications, Universität Campinas, Brasilien, 21.-24. März 2006.

Zusammen mit Dale Cutkosky, Sara Faridi und Irena Swanson habe ich eine zweiwöchige Summer School und einwöchige Konferenz "Valuation Theory and Integral Closures in Commutative Algebra" an der University of Ottawa (Juli 2006) organisiert. Diese wurde mit CAD 30.000 vom Fields Institute unterstützt. Zusammen mit Hagen Knaf habe ich dort eine Vorlesungsreihe über Bewertungstheorie und lokale Uniformisierung gehalten.

In Planung sind ein Colloquiumfest in Saskatoon, Oktober 2008, ein Colloquiumfest am Graduate College in New York im Frühjahr 2009 (zusammen mit H. Schoutens und L. Ghezzi), ein Miniworkshop am Fields Institute 2009 (zusammen mit B. Teissier), und ein Workshop über Bewertungstheorie (zusammen mit A. Prestel).

Forschungsaufenthalte.

- Einmonatiger Aufenthalt an der Universität Bordeaux (auf Einladung von M. Matignon) im September 1988.
- Fünfwöchiger Forschungsaufenthalt an der Hebräischen Universität Jerusalem aus Anlaß des Jahres über Field Arithmetic, Februar/März 1992.

- Dreimonatige, vom DAAD geförderte Gastdozentur an der Universität Chandigarh (Indien) auf Einladung von Prof. S. Khanduja und Prof. N. Sankaran, inkl. einwöchiger Besuch am Tata Institut in Bombay, Januar – März 1995.
- Vierwöchiger Aufenthalt an der Louisiana State University in Baton Rouge, USA, anlässlich des Forschungssemesters über reelle algebraische Geometrie und geordnete Strukturen, April – Mai 1996.
- Einjähriger Forschungsaufenthalt am Fields Institute, Toronto, Kanada, anlässlich des Forschungsjahres über “Algebraic Model Theory” und “Singularity Theory”, 1996/97.
- Einmonatiger Forschungsaufenthalt an der University of Illinois at Urbana, auf Einladung von L. van den Dries, November 1997.
- Einwöchiger Forschungsaufenthalt am MSRI in Berkeley, Mai 1998.
- Dreiwöchiger Forschungsaufenthalt an der Universität von LeMans, Frankreich, auf Einladung von M. Giraudet und G. Leloup, Juni 1998.
- Einwöchiger Forschungsaufenthalt an der University of Missouri, Columbia, auf Einladung von Dale Cutkosky, April 2002.
- Sabbatical (September 2003 bis Juni 2004) am Institut de Mathématiques de Jussieu (Université Paris 6/7) als Gast der “Equipe Géométrie et Dynamique”, und am Laboratoire de Mathématiques de l’Université de Versailles Saint-Quentin-en-Yvelines als Gast der “Equipe Algèbre-Géométrie”. Außerdem habe ich mit Mitgliedern der Equipe de Logique Mathématique an der Université Paris 7 gearbeitet.
- Teilnahme am Forschungssemester “Model Theory and Applications to Algebra and Analysis” am Isaac Newton Institute for Mathematical Sciences in Cambridge (6 Wochen im Sommer 2005)
- Sommer 2008: vier Wochen an der Univ. Konstanz (bei A. Prestel), eine Woche in Paris (bei B. Teissier), zwei Wochen in Katowice, Polen (bei K. Osiaj).
- Ich bin eingeladen zur Teilnahme am “Thematic Program on o-minimal structures and real analytic geometry” am Fields Institute, Toronto, Januar–Juni 2009.

Eingeladene Vorträge (Auswahl).

- März 1995: Zwei Vorträge am Tata-Institut, Bombay.
- August/September 1995: Vorträge an der McGill University auf Einladung von J. Lambek, und an der Rutgers University auf Einladung von G. Cherlin.
- September 1995: Einer von vier Vorträgen auf einer eintägigen Tagung über Algebra und Modelltheorie an der Universität Leeds (auf Einladung von D. Macpherson und J. Truss).
- Serie von 7 Vorträgen über gegenwärtige Tendenzen und offene Probleme in der Bewertungstheorie an der Louisiana State University.
- Juli 1996: mehrtägiger Aufenthalt an der Universität Regensburg, auf Einladung von M. Knebusch, mit drei Vorträgen über die Bewertungstheorie reeller Körper mit Exponentialfunktion und einem Vortrag über Bewertungstheorie in positiver Charakteristik.
- Oktober 1996: Vortrag im Seminar “Algebraische Geometrie” an der University of Toronto.
- Februar 1997: Vortrag im Seminar “Singularity Theory” am Fields Institute.
- März 1997: Vortrag über exponentielle Hardy-Körper im “Model Theory of Analytic Functions” Workshop am Fields Institute.
- April 1997: 4 Vorträge über lokale Uniformisierung in beliebiger Charakteristik im “Valuation Theory” Workshop am Fields Institute.
- November 1997: Vorträge über lokale Uniformisierung und die Modelltheorie bewerteter Körper in positiver Charakteristik im “Midwest Model Theory Meeting”, auf Einladung von L. van den Dries, an der University of Illinois at Chicago, auf Einladung von D. Marker, und an der Purdue University, auf Einladung von L. Lipshitz.
- Juni 1998: Vorträge über lokale Uniformisierung, Université Angers, France, und Séminaire Structures Algébriques Ordonnées, Paris VII.

- Oktober 1998: *Rational place = existentially closed?*, Modellthorietagung, Oberwolfach
- Januar 1999: Vorträge über lokale Uniformisierung in der “Singularities” Sektion und der “Model Theory” Sektion, AMS Annual Meeting, San Antonio, Texas.
- Mai 1999: Vortrag über Quantorenelimination für bewertete Körper, “Model theory of henselian valued fields” Workshop, ICMS, Edinburgh.
- Januar 2000: *A theorem about maps on ultrametric spaces and its applications to valued differential and difference fields*, Séminaire Structures Algébriques Ordonnées, Univ. Paris VII.
- Januar 2000: *Additive polynomials and the elementary properties of $\mathbb{F}_p((t))$* , Modellthorietagung, Oberwolfach
- April 2000: Vortrag über lokale Uniformisierung, Graduiertenkolleg, Universität Bonn.
- Juni 2000: Vortrag über lokale Uniformisierung und henselsche Elemente, Zahlentheorie Seminar, Université Paris VI.
- Juli 2000: *Henselian elements*, Seminar Priess-Crampe, Universität München.
- Juli 2000: *Local uniformization in arbitrary characteristic*, Conference on algebra and algebraic geometry with applications (Tagung zu Ehren des 70. Geburtstages von Shreeram S. Abhyankar), Purdue University.
- Dezember 2000: *On local uniformization in arbitrary characteristic*, “Algebraic Geometry” Sektion, CMS Winter 2000 Meeting, Vancouver.
- Februar 2001: *Über das Problem der Desingularisierung in positiver Charakteristik*, Universität Oldenburg.
- Februar 2001: *Functional equations in lexicographic products*, Festkolloquium und Tagung über Algebra, Modelltheorie und Theoretische Physik zu Ehren von Rüdiger Göbel’s 60. Geburtstag, Universität Essen.
- Mai 2001: *Bewertungstheorie in positiver Charakteristik*, Universität Bielefeld.
- Mai 2001: *Singularitäten und Bewertungen*, Universität Paderborn.
- Mai 2001: *Zum Zusammenhang zwischen der Modelltheorie bewerteter Körper und der Auflösung von Singularitäten*, TU Darmstadt.
- Mai 2001: *Model theory of valued fields and additive polynomials*, Universität Groningen.
- Juni 2001: *Bad Places*, Universität Paris VI, Paris.
- Oktober 2001: *Additive polynomials and the model theory of valued fields in positive characteristic*, CUNY Logic Workshop, New York, USA.
- November 2001: *Über den Zariski-Raum aller Stellen eines algebraischen Funktionenkörpers*, Universität Konstanz.
- Februar 2002: *The mathematics of cryptography: a short survey*, Department of Computer Science, University of Saskatchewan; über 60 Zuhörer (Studenten und Fakultätsmitglieder).
- Mai 2002: *Auflösung von Singularitäten und die Modelltheorie bewerteter Körper*, U. Potsdam.
- Oktober 2002: *On local uniformization in arbitrary characteristic*, AMS Meeting, Boston, Singularities in Algebraic and Analytic Geometry Session.
- Juli 2003: *Elimination of wild ramification, and its applications*, Colloquium, TU Darmstadt.
- Oktober 2003: Zwei Vorträge *Resolution of singularities and the model theory of valued fields* und *Additive polynomials and their role in the model theory of power series fields over finite fields and in local uniformization*, Workshop and Conference on Logic, Algebra and Arithmetic, Institute for Theoretical Physics and Mathematics, Teheran.
- Oktober 2003: *Some applications of valuation theory*, Colloquium, Shiraz University, Iran.
- November 2003: *Resolution of singularities and the model theory of valued fields*, Colloquium, Univ. Versailles.
- November/Dezember 2003: *Valuation theory in positive characteristic and the problem of local uniformization*, 4 Vorträge im Séminaire de singularités, Univ. Paris 7.

- Februar 2004: *Lokale Uniformisierung von Abhyankarstellen*, Oberseminar Modelltheorie und Algebra, Univ. Freiburg.
- Februar 2004: *Lokale Uniformisierung in positiver Charakteristik nach endlicher Erweiterung des Funktionenkörpers*, Seminar, Univ. Konstanz.
- Frühjahr 2004: Einführung in die modelltheoretische Algebra (7 Vorträge), Univ. Versailles.
- März 2004: *Model Theory of valued fields in positive characteristic: results and open questions*, Séminaire general de Logique, Univ. Paris 7.
- April 2004: *Extensions of valuations to rational function fields*, Séminaire de Structures Algébriques Ordonnées, Univ. Paris 7.
- Mai 2004: *Elimination of ramification, local uniformization and the model theory of valued fields*, Colloquium, Univ. Angers.
- Mai 2004: *Classification of Artin-Schreier defect extensions, and characterizations of algebraically maximal and defectless fields*, Séminaire de Structures Algébriques Ordonnées, Univ. Paris 7.
- Dezember 2004: *What can the theory of valued fields say about local uniformization?*, Workshop on resolution of singularities, factorization of birational mappings, and toroidal geometry, Banff International Research Station.
- Sommer 2005: *Additive polynomials, More on additive polynomials und Dense subfields of henselian fields, integer parts, and nasty valuations on rational function fields*, Model Theory and Applications to Algebra and Analysis Programme, Isaac Newton Institute for Mathematical Sciences, Cambridge, UK.
- Juni 2005: *Classification of defect Artin-Schreier extensions*, Exeter University, UK
- März 2006: *The defect*, Workshop in valuation theory and its applications, Campinas, Brasilien.
- Mai 2006: *Maps on ultrametric spaces, the Implicit Function Theorem and Differential Hensel's Lemmas*, Séminaire de Structures Algébriques Ordonnées, Univ. Paris VII.
- Mai 2006: *Local uniformization in arbitrary characteristic*, Geometrie Seminar, Université Hautes Savoie, Chambéry, Frankreich.
- Mai 2006: *Decomposition of Valuations*, Graduiertenkolleg Mathematische Logik und Anwendungen, Universität Freiburg.
- Mai 2006: *What do nonstandard methods tell us about formal Laurent series fields over finite fields?*, International Congress NSM 2006 "NonStandard Methods and Applications in Mathematics", Pisa, Italien.
- Mai 2006: Vorlesungsreihe über Bewertungstheorie und lokale Uniformisierung, Summer School on Resolution of Singularities, Trieste, Italien; die weiteren Vortragsreihen wurden u.a. gehalten von H. Hironaka, B. Teissier, S. D. Cutkosky, H. Hauser.
- November 2006: *Bad places and bad valuations*, Model Theory Seminar, Graduate College, CUNY, New York.
- Dezember 2006: *Bad places, resolution of singularities, and the model theory of valued fields*, Colloquium, Florida International University, USA.
- Oktober 2007: *An introduction to bad places*, Model Theory Seminar, McMaster University, Kanada.
- Dezember 2007: Vortrag im "Miniworkshop on Local Uniformisation", Graduiertenkolleg Mathematische Logik und Anwendungen, Universität Freiburg.

Ich bin Mitglied der deutschen, der amerikanischen, der französischen und der kanadischen Mathematikervereinigung, der Association for Symbolic Logic, der Deutschen Vereinigung für Mathematische Logik und Grundlagenforschung, und des Deutschen Hochschulverbandes.

Ich habe zahlreiche Artikel für diverse mathematische Zeitschriften sowie mehrere Diplom- und Doktorarbeiten referiert. Ich schreibe für die Math Reviews. Ich bin Referent für NSF und NSERC research grants sowie für eine Promotion zum Rang eines "Full Professor".

Beitrag zu meinem Forschungsgebiet, und Forschungsziele

Bewertungstheorie ist das Studium algebraischer Strukturen (z.B. Körper) mittels einer *Bewertung*, die der Struktur bestimmte Invarianten (z.B. Wertegruppen und Restklassenkörper) zuordnet. Grundlegende Beispiele sind die p -adischen Bewertungen und die Bewertungen, die man als Vielfachheit von Nullstellen und Polen bei Auswertung von rationalen Funktionen an einer fixierten *Stelle* erhält. Bewertungstheorie ist ein wichtiges Werkzeug in der Körpertheorie, der algebraischen Geometrie und der algebraischen Zahlentheorie.

Lokale Uniformisierung und Desingularisierung in beliebiger Charakteristik.

Lokale Uniformisierung ist ein entscheidender Schritt zur *Desingularisierung algebraischer Varietäten*. Sie besagt: *Zu jeder Stelle eines algebraischen Funktionenkörpers $F|K$ gibt es ein (projektives) Modell von F , in dem die Stelle in einem glatten Punkt zentriert ist.* Bewiesen wurde dies von Zariski in Charakteristik 0, und von Abhyankar für Dimension ≤ 3 in beliebiger Charakteristik. Abgesehen von den Resulten von Abhyankar und de Jong war im Fall positiver Charakteristik nicht viel bekannt, als ich begann, die bewertungstheoretischen Resultate meiner Dissertation in dieser Richtung anzuwenden. In der Arbeit [25] zeige ich lokale Uniformisierung für eine wichtige Klasse von Stellen (“Abhyankar-Stellen”, i.e., Stellen von maximalem rationalem Rang) in beliebiger Charakteristik. Mit Hilfe von H. Knaf werden die Resultate auf den arithmetischen Fall verallgemeinert: auf Stellen, die einen regulären lokalen Nagata-Ring der Krull-Dimension ≤ 2 dominieren. In den Arbeiten [30] und [45] zeige ich allein mit bewertungstheoretischen Methoden, wie man Stellen in beliebiger Charakteristik bis auf eine endliche (Galois oder rein wilde) Erweiterung des Funktionenkörpers uniformisieren kann. Dieser Ansatz führt zu Verbesserungen der lokalen Version von de Jong’s Resultat. Wiederum mit Hilfe von H. Knaf werden die Resultate auch in der Arbeit [30] auf den arithmetischen Fall verallgemeinert. Eine Beschreibung meines Ansatzes ist in der programmatischen Arbeit [13] zu finden, die unter algebraischen Geometern viel Interesse gefunden hat. Meine weitere Arbeit hat im wesentlichen drei Ziele:

- a) **Vermeidung der Erweiterung des Funktionenkörpers** durch eine Verfeinerung der bewertungstheoretischen Methoden. In [22] (eine Fortsetzung der Ergebnisse in [3] auf den Fall positiver Charakteristik) zeige ich, daß die Abhyankar-Stellen im *Zariski-Raum* aller Stellen von $F|K$ dicht liegen, in Bezug auf die Patch-Topologie und sogar noch stärkere Topologien. Dies könnte ebenfalls dazu dienen, die “schlechten Stellen einzufangen”. Schlechte Stellen sind Stellen mit nicht endlich erzeugter Wertegruppe oder Restklassenkörpererweiterung, oder mit **Defekt** (siehe unten). In den Arbeiten [23] und [27] konstruiere und studiere ich solche Stellen ausführlich auf rationalen Funktionenkörpern.
- b) **Desingularisierung** durch Globalisierung der Uniformisierung mit Hilfe einer Strukturtheorie des Zariski-Raumes.
- c) Untersuchung **relativer Desingularisierung in endlichen Funktionenkörpererweiterungen** mit Defekt, gemeinsam mit O. Piltant und L. Ghezzi, begonnen während eines einmonatigen Besuches von Piltant, September 2002, und weitergeführt während meines Sabbaticals in Paris. Dies basiert auf einer Arbeit von S. Cutkosky und Piltant und meiner eigenen Arbeit [29].

Das dreiwöchige “Research in Teams” in Banff im Sommer 2003 mit Abhyankar, Cutkosky, Knaf und B. Teissier war der Anwendung neuer Resultate der Bewertungstheorie auf das Problem der lokalen Uniformisierung und Desingularisierung gewidmet. Dieses Projekt wurde fortgeführt während meines zehnmonatigen Besuches bei den Arbeitsgruppen von Teissier (Paris 6/7) und V. Cossart (Versailles), und beim Workshop in Banff im Dezember 2004. Gegenstand der gemeinsamen Forschung sind die Beschreibung von Bewertungen auf Funktionenkörpern und lokalen Ringen mittels diverser Ansätze, Studium und Zählung des Defektes, und die

Entwicklung eines unendlich-dimensionalen Satzes über implizite Funktionen ([28]), wie er in dem Ansatz von Teissier für eine “Charakteristik-blinde” lokale Uniformisierung gebraucht wird. Darüberhinaus war ich in Versailles “Geburtshelfer” für ein Buchprojekt von Cossart und Piltant über Desingularisierung in Dimension 3 in positiver Charakteristik.

Mein wesentlichster Beitrag zur algebraischen Geometrie ist, daß ich gezeigt habe, welche (wichtige) Rolle der bewertungstheoretische Defekt für die lokale Uniformisierung in positiver Charakteristik spielt, und daß man auf diesem Gebiet auch mit reiner Körpertheorie tiefe Resultate erhalten kann. Das hat dazu geführt, daß ich in einer Summer School im Sommer 2006 in Triest neben so illustren Persönlichkeiten wie H. Hironaka und B. Teissier in einer Vorlesungsreihe über meinen Ansatz und meine Ergebnisse berichten konnte.

Modelltheoretische Algebra.

Ein weiterer Schwerpunkt meiner Forschung ist die Modelltheorie der bewerteten Körper, in der ich wesentliche Beiträge geleistet habe. Während meine Diplomarbeit noch das Ziel hatte, den von Jarden und Roquette geführten modelltheoretischen Beweis des p -adischen Nullstellensatzes durch einen algebraischen zu ersetzen, habe ich mich seitdem mit den offenen modelltheoretischen Fragen beschäftigt. In meiner Dissertation habe ich die *zahmen Körper* eingeführt (zu ihnen gehören u.a. genau diejenigen vollkommenen bewerteten Körper positiver Charakteristik, die aus modelltheoretischen Gründen interessant sind) und ihre algebraischen Eigenschaften studiert. Ich habe gezeigt, daß auch für sie der Satz von Ax – Kochen – Ershov gilt. Damit ist im wesentlichen der Fall der *vollkommenen bewerteten Körper* erledigt ([47]). Zu lösen bleibt allerdings noch das Problem der **Quantorenelimination für zahme Körper**.

Gegenüber allen Klassen bewerteter Körper, für die der Satz von Ax – Kochen – Ershov bis dahin bekannt war, ist für die zahmen Körper der Beweis technisch sehr viel anspruchsvoller, da sie keine geeigneten Abschlüsse mit Eindeigkeitseigenschaft besitzen. Stattdessen mußte ich wesentlich tiefere Resultate beweisen: eine weitgehende Verallgemeinerung des Grauert–Remmert Stabilitätssatzes ([31]), und einen Struktursatz für die Henselisierungen bewerteter Funktionenkörper über zahmen Grundkörpern ([48]). Dieselben Resultate spielen die Schlüsselrolle in meinen Arbeiten [25] und [30] zur lokalen Uniformisierung.

Der Erfolg der neuen Beweisidee nährt gleichzeitig die Hoffnung, daß eine Verfeinerung der Methode auch zur **Bestimmung der elementaren Eigenschaften unvollkommener bewerteter Körper**, wie z.B. des *Potenzreihenkörpers* $\mathbb{F}_p((t))$, führt. Bis heute ist nicht bekannt, ob die elementare Theorie von $\mathbb{F}_p((t))$ entscheidbar ist, obwohl seit der Arbeit von Ax, Kochen und Ershov in den 60er Jahren mehrere erstklassige Modelltheoretiker das Problem untersucht haben. Dies liegt aber nicht an mangelnden modelltheoretischen Methoden, sondern am Fehlen der geeigneten Bewertungstheorie. Das hier auftauchende Problem ist der *Defekt bewerteter Körpererweiterungen*, der den Zusammenhang zwischen bewerteten Körpern und ihren Invarianten (Wertegruppe und Restklassenkörper) stört. Man hat von mir gesagt, daß ich auf diesem Gebiet der maßgebliche Experte bin und Pionierarbeit leiste.

Wie ein (wiederum technisch aufwendiges) Unabhängigkeitsresultat in [15] zeigt, liefert die naive Übertragung des für den p -adischen Zahlkörper \mathbb{Q}_p wohlbekannten vollständigen Axiomensystems keine vollständige Axiomatisierung der elementaren Eigenschaften des (auf den ersten Blick doch so ähnlich erscheinenden) Potenzreihenkörpers $\mathbb{F}_p((t))$. Es ist die durch *additive Polynome*¹ erzeugte Struktur, die davon unabhängige Aussagen ermöglicht. Durch eine Theorie der *Abbildungen auf ultrametrischen Räumen* ([28], [44], [46]) ist es mir gelungen, ein Axiomenschema zu formulieren, das diese zusätzliche Struktur beschreibt ([15], [16], [26]). Ziel meiner Forschung ist es nun herauszufinden, **ob die Hinzunahme dieses Axiomenschemas zu einer vollständigen Axiomatisierung für $\mathbb{F}_p((t))$ führt**.

Meine Arbeit [5] (mit S. Basarab) liefert eine Invariante, stärker als Wertegruppe und

¹ cf. Lang, S.: *Algebra*, Addison-Wesley, New York (1965)

Restklassenkörper, mit der algebraische Erweiterungen bewerteter Körper klassifiziert werden können. In [6] wird diese Invariante benutzt, um in natürlicher Weise *Quantorenelimination* für eine große Klasse von bewerteten Körpern zu erhalten (Macintyre's Quantorenelimination für den Körper der p -adischen Zahlen ist ein Spezialfall hiervon).

Theorie der angeordneten und bewerteten Strukturen, mit Anwendungen.

Umgekehrt beschäftige ich mich auch mit den Anwendungen der Modelltheorie der bewerteten Körper. Die Hauptergebnisse der Artikel [3] und [22] über Stellen von Funktionenkörpern werden mit Hilfe des *Satzes von Ax – Kochen – Ershov* und seiner von mir gezeigten Verallgemeinerung auf zahme Körper bewiesen; die Ergebnisse sind in der reellen Algebra (z.B. in der Theorie der quadratischen Formen) und der p -adischen Algebra (p -adischer Nullstellensatz) angewandt worden. In [22] wende ich die Modelltheorie bewerteter Körper auf *large fields* an (cf. Arbeiten von F. Pop); interessanterweise kann man dieselben Resultate auch durch Anwendung lokaler Uniformisierung erhalten.

Desweiteren interessiere ich mich für bewertete Körper mit zusätzlicher Struktur, wie Exponentialfunktion, Derivationen und Automorphismen. In gemeinsamer Arbeit mit Salma Kuhlmann habe ich *nichtarchimedisch geordnete Körper mit Exponentialfunktion* mit Hilfe ihrer *natürlichen Bewertung* studiert. Diese sind besonders interessant, da sich unter ihnen nicht nur die Nonstandard-Modelle der reellen Zahlen mit Exponentialfunktion befinden, sondern auch die *Hardy-Körper*, die das *asymptotische Verhalten reeller Funktionen* codieren. In [7] haben wir bewertungstheoretische Interpretationen der elementaren Eigenschaften der reellen Exponentialfunktion angegeben. Außerdem haben wir die Struktur beschrieben, die von der Exponentialfunktion auf den Wertgruppen nichtarchimedisch geordneter Körper induziert wird. In [8] und [9] habe ich die Modelltheorie dieser Wertgruppen studiert. Sie treten auch als Wertgruppen nichtarchimedisch geordneter differentieller Körper auf.

Analog zum Begriff des Ranges einer Bewertung habe ich zusammen mit Salma Kuhlmann den *exponentiellen Rang* eingeführt ([12]). Jedoch läßt sich nicht alles übertragen. Während der Rang der natürlichen Bewertung eines reell abgeschlossenen Körpers eindeutig bestimmt ist, gilt dies nicht für seinen exponentiellen Rang: in [42] konstruieren wir auf einem reell abgeschlossenen Körper unendlich viele Exponentialfunktionen mit wesentlich unterschiedlichen Wachstumsraten. In Zusammenarbeit mit Saharon Shelah konnten wir in [10] zeigen, daß (*verallgemeinerte*) *Potenzreihenkörper niemals mit einer Exponentialfunktion versehen werden können* (obwohl sie kanonische Beispiele für nichtarchimedisch angeordnete Körper liefern). Unser Beweis benutzt die *Kombinatorik geordneter Mengen*; siehe auch [20].

In [19] (siehe auch [40]) analysieren wir die bewertungstheoretische Struktur exponentieller Hardykörper. Unsere Methoden bieten neue Ansätze zum Studium interessanter Probleme, wie z.B. *leveled expansions of the reals* (im Sinne von Rosenlicht, Miller and Marker). Es ist eines unserer Forschungsziele, auch Hardykörper mit anderen interessanten Funktionen, z.B. Boshernitzan's "transexponential", miteinzubeziehen.

In [28] beweise ich einen grundlegenden Satz über Abbildungen auf ultrametrischen Räumen (vergleichbar den Fixpunktsätzen von Priëß-Crampe und Ribenboim) und benutze ihn, um ein differentielles Hensel's Lemma herzuleiten. Dies gelingt sowohl für differentielle Bewertungen im Sinne von Rosenlicht, als auch für die von T. Scanlon eingeführten "D-fields", die auch bewertete Differenzkörper einschließen und momentan eine große Rolle bei der Untersuchung der elementaren Eigenschaften des Frobenius spielen.

Ich arbeite an einer Monographie über Bewertungstheorie ([2]). Sie wird erstmals eine tiefgehende Theorie des Defektes präsentieren und deren Anwendung in der algebraischen Geometrie und der Modelltheorie der bewerteten Körper beschreiben.